أولاً -

1) التابع $f(x)=\frac{\sin 5x}{x+\sin x}$

لدينا ح.ع.ت صفر/صفر 5

نكتب

$\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{5x\cdot\frac{\sin 5x}{5x}}{x+x\frac{\sin x}{x}}$ 5+5

$=\lim_{x\to 0}\frac{5\frac{\sin 5x}{5x}}{1+\frac{\sin x}{x}}$ 5

$=\frac{5\times 1}{1+1}=\frac{5}{2}$ 5

التابع $f(x)=\frac{\sin(x-2)}{x^2-4}$

نكتب

$f(x)=\frac{1}{x+2}\cdot\frac{\sin(x-2)}{x-2}$ 5+5

$\lim_{x\to 2} f(x)=\frac{1}{4}\times 1=\frac{1}{4}$ 5

40

2) $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطان خطياً

المتجهان غير متوازيان 5

d و d' متقاطعان إذا وقعا في مستوٍ واحد 5

$\vec{u}$ ، $\vec{v}$ ، $\vec{AB}$ مرتبطة خطياً

$\vec{AB}=\alpha\cdot\vec{u}+\beta\cdot\vec{v}$ 5

$$\left.\begin{aligned}4\alpha+3\beta&=1\\ \alpha+\beta&=0\\ -2\alpha-\beta&=-1\end{aligned}\right\} \leftarrow$$ 5

$\leftarrow \alpha=1\ ,\ \beta=-1$ 5

5 $ABCD$ متوازي أضلاع ← $\vec{AB}=\vec{DC}$

نفرض $D(x,y,z)$

5 $(1,0,-1)=(2-x,-1-y,1-z)$

$2-x=1$ ، $-1-y=0$ ، $1-z=-1$

5 ← $x=1$ ، $y=-1$ ، $z=2$

40

5 3) نعوض $z=-2i$ في المعادلة

5 $4i^2+\cancel{2i}-6i^2-2-\cancel{2i}=0$

5 $-4+6-2=0$

5 محققة ← $z_1=-2i$ جذر للمعادلة

لإيجاد الجذر الآخر z_2:

نعلم أن مجموع جذري المعادلة

10 $z_1+z_2=-b$

5 $-2i+z_2=+1-3i$

5 ← $z_2=1-i$

40

طريقة ثانية

$z_1=-2i$ جذر للمعادلة ← المعادلة تكتب

$(z+2i)(\text{مقدار})=0$

بالقسمة الإقليدية نجد

$(z+2i)(z-1+i)=0$

إما $z+2i=0$ ← $z_1=-2i$

وإما $z-1+i=0$ ← $z=1-i$

طريقة ثالثة:

$\Delta=b^2-4ac$ 5

$\Delta=2i$

إيجاد $\sqrt{\Delta}$ 5

استنتاج z_1 ، z_2

5

سلم تصحيح مادة .... للصف: ....النموذج.............

تاريخ :   ٢٠٢٠ - ٢٠٢١ ....

ثانياً-

$\boxed{1}$

$f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 10}$

5+5 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{X \to +\infty} \sqrt{X} = +\infty$

وكذلك

5 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

5 $x^2 - 6x + 10 = (x-3)^2 + 1$

المستقيم المقارب في جوار $+\infty$

5 هو $\Delta : y = x - 3$

5 $f(x) - y_\Delta = \sqrt{(x-3)^2 + 1} - (x-3)$

5 $= \dfrac{1}{\sqrt{(x-3)^2+1} + x - 3}$

5 $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - y_\Delta =$ الصفر

في جوار $+\infty$ كذلك

5 $f(x) - y_\Delta = \sqrt{(x-3)^2+1} - \sqrt{(x-3)^2}$

10 $\Leftarrow f(x) - y_\Delta > 0$

أياً كان $x \in \mathbb{R}$

5 $\Leftarrow C$ فوق Δ

60

$\boxed{2}$

5 $|Z| = \left|\dfrac{-4+4i}{\sqrt{2}}\right| \cdot |\sqrt{3} - 3i|$

10 $= \sqrt{\dfrac{16}{2} + \dfrac{16}{2}} \times \sqrt{3+9}$

$= 4 \times 2\sqrt{3}$

$= 8\sqrt{3}$

5 $\arg Z = \arg Z_1 + \arg Z_2$

---

5 $\cos\theta_1 = \dfrac{a}{r} = \dfrac{-4/\sqrt{2}}{4} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin\theta_1 = \dfrac{b}{r} = \dfrac{4/\sqrt{2}}{4} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

5 $\theta_1 = \dfrac{3\pi}{4}$

5 $\cos\theta_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$, $\sin\theta_2 = \dfrac{-3}{2\sqrt{3}} = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

5 $\theta_2 = -\dfrac{\pi}{3}$

5 $\arg(Z) = \dfrac{3\pi}{4} - \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{5\pi}{12}$

5 $Z = 8\sqrt{3}\, e^{\frac{5\pi}{12} i}$

$\cos\dfrac{5\pi}{12} = \dfrac{a}{r}$

ولكن

5 $Z = \dfrac{4(3-\sqrt{3})}{\sqrt{2}} + \dfrac{4(3+\sqrt{3})}{\sqrt{2}} i$

2 $\cos\dfrac{5\pi}{12} = \dfrac{\frac{4(3-\sqrt{3})}{\sqrt{2}}}{8\sqrt{3}}$

$\frac{5}{60}$ $= \dfrac{\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{2}}$

$\boxed{3}$

5 $E(n)$ .... $u_n = 3 - 2^n$

5 محققة $u_0 = 3 - 1 = 2$ ... $E(0)$ -

- نفرض صحة $E(n)$

- اثبات $E(n+1)$ ....

$u_{n+1} = 2u_n - 3$

5 $= 2(3 - 2^n) - 3$

$= 6 - 2^{n+1} - 3$

5 $= 3 - 2^{n+1}$

5 إذاً $E(n)$ صحيحة أياً كان $n \geq 0$

تتمة [٣]

5 — $v_{n+1} = u_{n+1} - 3$

5+5 — $= 2u_n - 3 - 3$

$= 2(u_n - 3)$

$= 2v_n$

إذاً المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية

5 — أساسها $q = 2$

المجموع S هو مجموع

5 — حدود متتالية هندسية

أساسها $q^2 = 4$

5 — عدد الحدود 10

حدها الأول $v_2 = u_2 - 3$

5 — $u_0 = 2$ ← $u_1 = 1$ ؛ $u_2 = -1$

$v_2 = -4$

$$S = -4\left(\frac{1-4^{10}}{1-4}\right)$$

5 — $= \frac{4}{3}\left(1 - 4^{10}\right)$

60

[٤] يكون العدد A حقيقياً

10 — $\overline{A} = A$

5+5 — $\frac{\overline{z} - 3i}{\overline{z} + 3i} = \frac{z + 3i}{z - 3i}$

5 — جداء الطرفين = جداء الوسطين

5 — نشر الطرفين

10 — الاختزال والوصول إلى $\overline{z} = -z$

10 — z تخيلي بحت

5 — مجموعة الأعداد z هي جميع الأعداد التخيلية البحتة عدا

5 — العدد $3i$

60

سلم تصحيح مادة .... للصف : .... النموذج ....

تاريخ : ٢٠٢٠ - ٢٠٢١ ....

[٤]

المتتالية $u_n = \frac{3n}{2n+1}$

سهلة

$u_n = f(n)$ 5

حيث f التابع $f(x) = \frac{3x}{2x+1}$

معرف واشتقاقي على

$\begin{cases} [0, +\infty[\\ f'(x) = \frac{3}{(2x+1)^2} > 0 \end{cases}$ 5

f متزايد ← المتتالية متزايدة 5

المتتالية $v_n = \frac{n!}{n^2}$

$v_{n+1} - v_n = \frac{(n+1)!}{(n+1)^2} - \frac{n!}{n^2}$ 5

$= \frac{n!}{(n+1)} - \frac{n!}{n^2}$ 5

$= \frac{(n^2-n-1)n!}{(n+1)n^2}$

اشارة البسط ساوي اشارة

$n^2 - n - 1$

$\Delta = 5 > 0$ 5

$n_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ $n_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

n	1	n_1		n_2		$+\infty$
n^2-n-1	+	0	+	0	+	

البسط موجب تماماً من أجل $n \geq 2$ 5

←

المتتالية متزايدة تماماً

ابتداءً من $n \geq 2$ 5

$u_2 = \frac{1}{2}$ ، $u_1 = 1$

40

سلم تصحيح مادة .... للصف :............النموذج.........

.... ٢٠٢٠ - ٢٠٢١ تاريخ :

ثالثاً

المسألة الأولى

1) 20 $A(0,0,0)$ $B(2,0,0)$

$D(2,0,0)$ $E(0,0,2)$

$C(2,2,0)$ $F(2,0,2)$

$H(0,2,2)$ $G(2,2,2)$

$I(1,0,0)$ $J(1,0,2)$

$K(1,2,2)$

2) 10 $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{IK}$

10 لذا $ABGH$ متوازي أضلاع

5 ← $\overrightarrow{IK}$ و $\overrightarrow{BG}$ مرتبطان خطياً

← الأشعة

10 $\overrightarrow{JK}$ و $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{BG}$

مرتبطة خطياً

5 لوقوعها في مستوٍ واحد

طريقة ثانية للطلب (2)

$\overrightarrow{BG}(0,2,2)$

$\overrightarrow{IJ}(0,0,2)$

$\overrightarrow{JK}(0,2,0)$

واضح أن

$\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JK}$

فالأشعة مرتبطة خطياً

10 المستقيم // المستوي

3) 10 $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DH} = \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{CG}$

10 $= 2\overrightarrow{CK}$

10 $\frac{1}{2}(\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DH}) = \overrightarrow{CK}$

100

المسألة الثانية

1) 10 $\lim_{x \to -1^+} f(x) = -\infty$

5 مقارب شاقولي $x = -1$

10 $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

5 مقارب أفقي $y = 1$

2) $f(x) \in]0.9, 1.1[$

10 $\leftarrow |f(x) - 1| < 0.1$

5 $\left| \frac{-1}{1+x} \right| < \frac{1}{10}$

5 $|1+x| > 10$

5 $A = 9$ $\quad x > 9$

5 أو $x < -11$

3) 5 نفرض $E(n)$: $u_n > 0$ أياً كان $n \geq 0$

5 $E(0)$ ... $u_0 > 0$ صحيحة لأن $u_0 = 1$

5 نفرض $E(n)$ صحيحة أي $u_n > 0$

5 فيكون $\frac{u_n}{1+u_n} > 0$ ← $u_{n+1} > 0$

← محققة $E(n+1)$

5 $v_{n+1} - v_n = \frac{1+u_n}{u_n} - \frac{1}{u_n} = 1$

5 ← v_n حسابية أساسها $r = 1$

5 $v_n = v_0 + nr$ ← $v_n = 1 + n$

5 ← $u_n = \frac{1}{1+n}$

100